

科學講堂

逢星期三見報

量度間尺愈精細 測海岸線愈來愈長？

無限難表達 數線找不到

在日常生活中，如果我們要提及一個很大很大的數值，可能會半開玩笑地說：「無限咁大！」今天就跟大家討論一下「無限」這個古怪的概念，再和大家分享一些相關的科學例子。

「無限」並不是一個數值

大家要留意的是，其實「無限」並非如「700萬」、「12億」等等是一個實質的數字。筆者的朋友曾經遇上一個「詭辯」：大家都應該有在數學課裡學過「數線」。試想像在一條數線上記下「無限」的位置。

不過，「無限」也就是「無窮無盡」，當然「無限除以二、除以三、除以四，還是無限」，因此數

線上不應只有一點代表「無限」，而應有許許多多的「無限」。如果你覺得這個結論很古怪，那麼你還是正常得很：「無限」本身只是一個代表「很大數值」的概念，並不是一個實際的數字，因此本來就不會在數線上找到它。要不然在製作統計圖時在數線上冷不防遇上了「無限」，大家可能都不知道如何表達數據了。

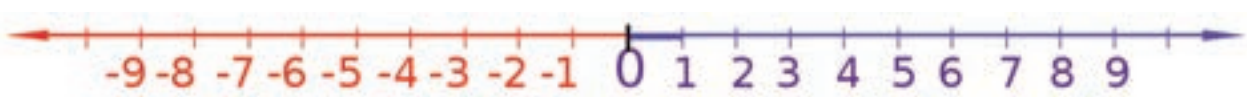
「無限」指出耐人尋味之處

既然「無限」並非一個數字，那麼倘若我們在科學探究中遇到它，理論可能就有需要特別注意的地方了。20世紀初的英國科學家理查臣 (Lewis Fry Richardson) 在嘗試確定國家海岸線長度的時候，發現這個數據眾說紛紜，沒有一個統一的答案；再者，他發現如果用來量度海岸線的單位愈微小(這

就好比用來量度的間尺愈精細)，所得到的海岸線就會愈長。更令人驚駭的是，隨着用來量度的單位愈來愈小，所得到的海岸線並不會趨向一個特定的數值，反而會無上限般愈來愈大(也就是「趨向無限」)。

建基於這個現象，數學家曼德博 (Benoit Mandelbrot) 發展了一門新的幾何學分支：分形(fractal)學。以圓形這個傳統的幾何形狀為例。雖然從遠處觀看它是一個圓形，但是當我們從近處仔細察看它的一部分，看起來可能只像一條直線(可不要忘記，在日常生活中，球形的地球對我們來說也只像一個平面!)；分形卻與別不同：不論是遠觀還是近看，一個分形看起來也是一樣。雪花、貝殼、海岸線的形狀，就是在大自然中找到的分形的好例子。

海岸線曲曲折折，呈分形形狀，也就是說當我們愈仔細察看，愈會發現更多的細節；因此當我們使用愈精細的間尺去量度海岸線的長度，就會發現要包括愈多的細節，所量度到的海岸線自然愈長了。



無限不是一個數字，因此數線上沒有一點可以代表無限。 網上圖片

用來量度海岸線的單位愈微小，所得到的海岸線就會愈長。 網上圖片

「無限」提示理論不足之處

科研中遇到的「無限」，也有可能提醒我們需要修正現有的理論。19世紀的科學家在研究有溫度的物件發出多少輻射的時候，就曾遇上這樣的問題。有溫度的物件能夠發出不同頻率的輻射；而熱力學告訴我們，每個頻率的輻射所攜帶的能量是一樣的。然而，從一盞電燈發放出來的輻射，它的頻率好像並沒有什麼上限(也就是說好像並沒有什麼機制禁止這些高頻率輻射)。輻射的頻率無上限，而每個頻率的能量都一樣，不就是在說從物件放出的總能量是無限嗎？德國科學家普朗克 (Max Planck) 其後提出了解決這個疑難的方法，為後來的量子力學奠定了重要的基礎。

另一方面，很多數據建立者並沒有有效的機制去保護他們的數據和私隱，也沒有能力將個人資料轉化成有價值的資產。因此，如何在數據提供者的角度以更經濟的方式確保數據擁有權，同時確保有效利用？

張文彥博士

作者簡介：香港大學土木及結構工程學士。短暫任職見習土木工程師後，決定追隨對科學的興趣，在加拿大多倫多大學取得理學士及哲學博士學位，修讀理論粒子物理。現任香港大學理學院講師，教授基礎科學及通識課程，不時參與科學普及及與知識交流活動。



寶塔花菜 (Romanesco Broccoli) 是在大自然中找到的分形的好例子。 網上圖片

奧數揭秘

逢星期三見報

上個月我們討論過一種填數的技巧，本星期就讓我們探討一下被填入的數的奇偶性。

奇數與偶數是數的分類，若一個數能被2整除，則它稱為偶數，若它不能被2整除，則它稱為奇數。其中最為人熟悉的性質是：

- 1. 兩個奇數之和是一個偶數；而它們之積是奇數。
2. 兩個偶數之和是一個偶數；而它們之積是偶數。
3. 一個奇數與一個偶數之和是一個奇數，而它們之積則是一個偶數。

考慮四個不同的正整數，a、b、c及d使得1/a + 1/b + 1/c + 1/d = 1，那麼這四個數皆全不能為奇數。(即是，至少有一個為偶數。)

奇中帶偶

假設現在有四個奇數 a、b、c 及 d 滿足

1/a + 1/b + 1/c + 1/d = 1, 那麼將左方通分母得 (bcd+acd+abd+abc) = abcd

由此可得等式 bcd + acd + abd + abc = abcd。然而，這條等式是不可能成立的。因為左方的 bcd、acd、abd 及 abc 皆為三個奇數之積，所以左方實為四個奇數之和，它必定是一個偶數，但右方則是四個奇數之積，它必定是一個奇數。

左方的值是偶數，而右方的值是奇數，當然不可能成立。因此，a、b、c 及 d 不可能全部為奇數。

奇+奇+奇+奇=奇
bcd+acd+abd+abc=abcd
偶≠奇

問題

a、b、c、d 及 e 為五個不同的正整數使得 1/a + 1/b + 1/c + 1/d + 1/e = 1。證明這五個數中至少有一個為偶數。

答案

若讀者用上述方法去求證，不難發現在所得的等式中其實是看不出有矛盾的，因為五個奇數之和是一個奇數。

那我們用其他的方法吧！其中一種方法是分情況分析。由於 a、b、c、d 及 e 在等式中的位置可以任意互換，不妨設 a < b < c < d < e，其中 a、b、c、d 及 e 為五個不同的正奇數。那麼 a ≤ 5。因為若 a > 5，1/a + 1/b + 1/c + 1/d + 1/e < 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 = 1，即是將找不到五個能符合要求的數。由此，a = 3, 5。

若 a = 3，那麼 1/b + 1/c + 1/d + 1/e = 2/3。按同樣的方法，可知 b > 6 是不可能的。由此，得 b ≤

5。因為 a ≠ b，所以 b = 5。那麼，1/c + 1/d + 1/e = 7/15。若 c ≥ 7，則 1/c + 1/d + 1/e ≤ 1/7 + 1/7 + 1/7 = 3/7 < 7/15，即是我們也找不到餘下三個能符合要求的數。

若 a = 5，那麼 1/b + 1/c + 1/d + 1/e = 4/5。若 b ≥ 6，可得 1/b + 1/c + 1/d + 1/e ≤ 4/6 < 4/5，即是 b ≤ 5。然而，a < b，由此可知我們也無法找得符合要求的數。

綜合上述情況，a、b、c、d 及 e 不能同時為五個不同的正奇數，即是這五個數中至少有一個為偶數。

小結

絕大部分學生在解數學題時，總覺得每道題目也有特定的公式或方法去解答，但事實並非如此。有時候漂亮的方法不一定用得上，反之用分情況或枚舉的方式去解答可能更奏效。組合枚舉對大部分學生來說都有一些小不自在，總覺得很麻煩，又沒有劃一的公式和方法，然而卻有其根本價值。類似的題目可用上兩個截

然不同的方法去解，一個方法行不通，並不表示另一個方法行不通，學懂了一個方法並不表示不需要去學另一個方法。

解決問題就是這樣，永遠不會知道哪個方法行得通，哪個方法最好，唯有親自解答過才能發現箇中奧秘，尤其是奧數題。希望各同學可多探索及發掘不同的方法。

蔡欣愉

科技暢想

隔星期三見報

人工智能這一概念早於上世紀50年代出現，但是早期發展長期受限於硬件價格高、運行速度普遍較低和儲存空間不足的挑戰。直至最近幾年GPU逐漸普遍，才帶動人工智能的興起。論最廣為人知的人工智能程式，非AlphaGo莫屬。早前AlphaGo多次戰勝現時人類世界最強的圍棋棋士，讓世人好奇——一群論棋藝絕對比不上最強棋士的工程師，是如何「教」出能夠戰勝最強棋士的人工智能軟件？

收集數據 成本仍高

多年來，隨着人工智能 (AI) 的運算能力迅速進步，AI 產品傾向以數據內容作出分類和驅動。將高質素及大量的數據整合來訓練AI是目前令人頭痛的課題。現時，只有科技巨頭 (如 Google 或 Facebook) 有能力收集並處理龐大的數據，以提升他們的AI模型。然而，很多初創公司很難這樣

優質數據訓練人工智能

做，因為收集數據的成本太高。

另一方面，很多數據建立者並沒有有效的機制去保護他們的數據和私隱，也沒有能力將個人資料轉化成有價值的資產。因此，如何在數據提供者的角度以更經濟的方式確保數據擁有權，同時確保有效利用？

共享網絡 取得數據

Bottos是一個以區塊鏈為基礎的數據共享網絡，在這個一站式的平台上，使用者可以註冊、互相發放及轉化數據，而該平台以AI驅動。使用者更可以在Bottos上建立智能合約。

透過Bottos，AI產品或服務提供者可用更可靠和經濟的方式取得特定的訓練數據，而數據建立者也可以聲明數據擁有權為其資產，Bottos也提供了良好的保護機制，讓使用者可以更好地保護數據私隱。



AlphaGo 擊敗圍棋界多名頂級棋士，圖為前世界第一柯潔。 資料圖片

AI的深度學習不斷革新，愈來愈依賴高質素的數據。通過互聯網項目收集，大量低質素的數據已經失去了它的可用性。相反，在這個AI 3.0的時代，少量的可靠而個性化數據正在成為被追捧的資源。更多资讯：https://www.bottos.org/。 洪文正

簡介：本會培育科普人才，提高各界對科技創意應用的認識，為香港青年人提供更多機會參與國際性及大中華地區的科技創意活動，詳情可瀏覽www.hknetea.org。



有問有答

隔星期三見報

北冰洋有豐富的石油和天然氣，亦是海上運輸航道和 underwater 軍事基地。

北冰洋大致以北極圈為中心，位於地球的最北端，被歐洲、亞洲和北美洲環抱。它是世界大洋中最小的一個，面積僅為1,500萬平方公里，不到太平洋的十分一，約佔世界海洋面積的4%。北冰洋上有常年不化的冰層，冰層面積佔總面積的三分之二左右，其餘海面上分佈有自東向西漂流的冰山和浮冰，十分不利於通航。因此，北冰洋一直是作為公海領域供人們進行科學考察活動。然而，現在俄羅斯、加拿大、美國、丹麥等國紛紛開始重視北冰洋的所有權。這是為什麼呢？答案是全球變暖！

運輸成本低四成

聯合國政府間氣候變化評估委員會的北極氣候調查報告顯示，全球變暖將在不久的將來使北冰洋地區一年裡有5個月適合航海。這樣，從北歐到遠東地區的航線就可以取道加拿大北部諸島，大大減少了歐洲和東亞的海上運輸路程，通過這條航線的運輸成本要比傳統航線低近四成，有巨大的經濟效益。

估計藏百億噸石油

更為重要的是，北冰洋海域擁有豐富的礦產資源，蘊藏大量的石油和天然氣，估計石油儲量超過100億噸，相當於目前被確認的世界原油儲量的四分之一；天然氣的儲量估計為80萬億立方米，相當於全世界天然氣儲量的45%。此外，北冰洋地區還蘊藏著豐富的鎢、銅、鉛、鋅、鈾、鈾、鈾、鈾、冰晶石等礦產資源。隨着新航道的開闢，這些資源的大規模開發將成為可能。

此外，北冰洋上巨大的冰層、冰山和浮冰有利於潛艇的隱蔽，適合建立水下軍事基地，具有重要的軍事戰略地位。

全球變暖 北極通航



近年不少國家開始重視北冰洋的所有權，主要原因是全球變暖，為各國開闢當地的航線和天然資源創造條件。 資料圖片

《十萬個為甚麼(新視野版) 地球II》

香港教育圖書公司

香港教育圖書公司

