科學講堂
逢星期三見報

「混亂」系統千絲萬縷 擾亂預測準確度

蝴蝶振翅 影響天氣

近日比較引人注目的國際新聞，可能要數美國總統特朗普（Donald Trump）宣佈退出《巴黎協定》（Paris Agreement）。

在香港，我們近來也受着反覆無常的天氣所影響。為什麼預測天氣好像特別困難，以至於普羅大眾甚或政府領袖都好像不甚理解？今天就來為大家複習一下氣候系統的特點。

專家計算天氣 小數後位數不同致巨差

氣候之所以與別不同、難以預測，主要是因為它是一個「混亂」的系統（chaotic system）。這兒的「混亂」是一個有特別意義的科學名詞， 與我們平日說「他的房間很混亂」有點兒不一樣。那麼「混亂」這個科學名詞是什麼意思？先來說說故事。

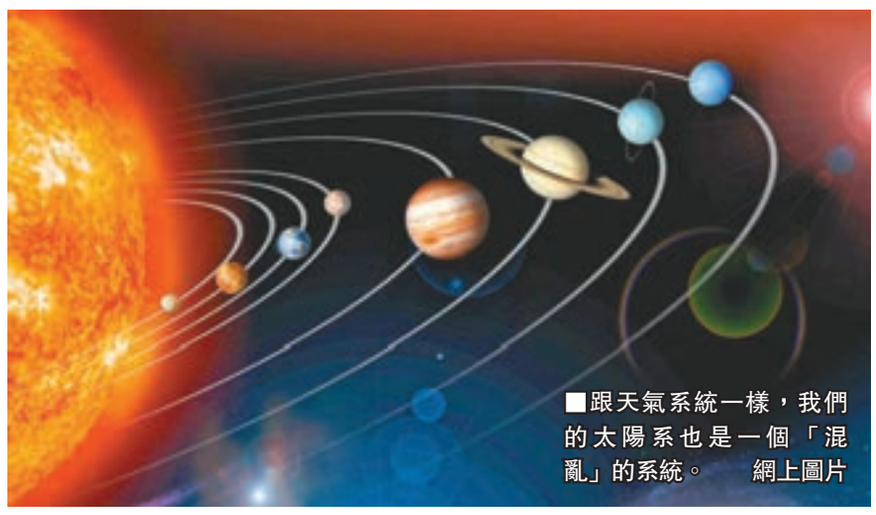
上世紀60年代初，美國麻省理工學院（Massachusetts Institute of Technology）的數學與氣象學家羅倫茲（Edward Lorenz）正在研究如何用數學方程式去模擬氣候。這些方程式有點兒複雜，當然他不會用紙筆去作那些冗長的計算——那時候已經有電腦了。

有一次，羅倫茲需要電腦去重複某一個計算，然而他覺得從頭開始、重複一遍太浪費時間了，他想，不如抄取上次計算中段的結果，再從那裡開始？

羅倫茲如此做了，卻驚奇地發現這兩次計算的結果有着天淵之別，他想：為什麼？這兩次計算用到的方程式和數據，應該是完全一樣呀？羅倫茲仔細檢查，發現他抄取重用的中段結果，電腦只顯示了小數點後3個位；而電腦記憶中、實際用來計算的數值，卻準確至小數點後6個位。

原來就是這樣微小的分別，如滾雪球般觸發了差天共地的結果。所以說，「混亂」系統的一大特徵，就是「差之毫釐，謬之千里」： 最初細微的差異，會慢慢增長，最後導致截然不同的後果。

■若要絕對準確預測天氣，可能連蝴蝶振翅也要一一記錄。 網上圖片



■跟天氣系統一樣，我們的太陽系也是一個「混亂」的系統。 網上圖片

數據無限多 預測長遠天氣極難

這就是為什麼要預測短暫未來的天氣，我們還有一點把握；要預測長遠未來的天氣，卻是非常艱難。預測天氣，我們需要掌握現在大氣層的數據，再利用已確立的數學模型去運算未來的天氣狀況。

然而，我們怎麼可能掌握完整的大氣層數據？怎麼可能知道，亞馬遜森林中的一隻蝴蝶正在振動翅膀，帶來了微細的氣流，或是倫敦的一位紳士正在點燃香煙，造成了一丁點兒的溫度差距呢？這些被忽略了的細微事件，導致我們的預測跟現實狀況並不一樣。

倘若是預測短暫未來的天氣，這個「現實」跟「預測」的差距還不是很大，那麼我們的預測看來還很可信；如果是預測長遠未來的天氣，哪怕是如何細小的差異，最終都可能引致預測跟現實大相逕庭。要預測長遠未來的天氣，談何容易？

■現時香港天文台提供九天天氣預報，殊不簡單。 網上截圖

小結 你是否曾經抱怨，香港天文台的天氣預報不是很準確？其實現時香港天文台的九天天氣預報，已經動用了很多電腦和人腦，力求準確了。你有信心，可以準確量度到蝴蝶的振翅，以及各位紳士點燃香煙的影響嗎？ ■張文彥博士

作者簡介：香港大學土木及結構工程學士。短暫任職見習土木工程師後，決定追隨對科學的興趣，在加拿大多倫多大學取得理學士及哲學博士學位，修讀理論粒子物理。現任香港大學理學院講師，教授基礎科學及通識課程，不時參與科學普及與知識交流活動。

奧數揭秘
逢星期三見報

剪出正方形

小時候做手工，不時都會用大大小小七彩繽紛的正方形紙，剪出一個又一個的圖案，去裝飾着自己的小作品，好像聖誕卡和小燈籠之類的。

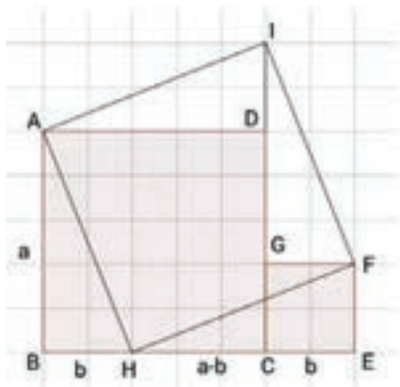
原來在剪紙的過程中，也有些數學隱藏在裡面。

問題一 證明任意兩張邊長不相等的正方形咭紙，都可以剪開其中一部分之後，重新拼成一個大正方形。

答案 設較大的正方形邊長為a，較小的正方形邊長為b。

若是能夠重新拼成一個大正方形，那麼它的面積必然是a^2+b^2。因此它的邊長必然是$\sqrt{a^2+b^2}$。這個算式不難聯想到畢氏定理，$\sqrt{a^2+b^2}$看來是一個直角三角形的斜邊，而該直角三角形的直角邊分別為a和b。

由此作出下圖的解法：



在較大的正方形一邊BC作一點H，使得BH=b，於是$AH=\sqrt{a^2+b^2}$。AH就是要找的那條斜邊。把△ABH沿A點旋轉到△ADI處。

然後HE亦是a，FE亦是b，把△FEH沿F點旋轉至△FGI。那樣就得到了一個邊長為$\sqrt{a^2+b^2}$的大正方形AHFI。

邏輯配合聯想力 解題不二法門

以上並沒有用一些比較數學化的語言去表達證明的思路，因為若是寫一大堆算式和符號，看來也不太易懂，以上的解答在意思上是足夠說明這個結果。若果讀者仍然是學生，比較適宜多練習用較正式的數學語言去表達證明的思路。

若果一開始拿着兩張紙，說要剪出一個大正方形來，也有難想的地方，難不成是把紙都剪碎了那樣？這個不太易想到。只是用算式來計一計，知道兩個正方形面積加起來和大正方形面積一樣，那又多了一點線索。

知道面積，知道邊長了，還是未能作出哪個做法的。還得要聯想起畢氏定理才行。想起大正方形邊長就是一個直角三角形的斜邊，要作出也就易想得多了，其餘的也自然了不少。

這題目的解難過程中，看到了數學證明之中，除了結實的邏輯基礎以外，聯想力也有不少用處。當然，不斷聯想到天馬行空那樣，那樣就流於幻想，對解難沒什麼用處，但聯想力配合良好的邏輯基礎，就可以在解難上如虎添翼。這聯想力也可以通過一點踏實的功夫去增長的，比如看到一條代數式，可以想想它的幾何形式。反過來說，在現實中看到的形狀，也可以問問它的代數形式是怎麼樣。

聯想是沒有限制的，可以很多元化，但若是作為一種解難工具，還得要在嚴格的邏輯中，判斷所聯想到的關係是否正確，才可以用在解難的過程上。

因此，邏輯還是重要的基礎，在追求好的聯想力之前，必須有良好的邏輯訓練。學好邏輯是學好數學的不二法門，不能本末倒置的，這個要小心留意。 ■張志基

簡介：香港首間提供奧數培訓之教育機構，每年舉辦奧數比賽，並積極開辦不同類型的奧數培訓課程。學員有機會獲選拔成為香港代表隊，參加海內外重要大賽。詳情可瀏覽：www.hkmos.org。
香港數學奧林匹克學校 Hong Kong Mathematical Olympiad School

科技暢想
逢星期三見報

社交媒體常見「認人樣」3過程

大家聽到人面辨識，總是離不開科技破案，警察辨認疑犯的面貌。這是正確的，人面辨識至今仍然廣泛使用於查證和保安範疇。同時，人面辨識技術亦慢慢擴展到社交。最為人所熟悉就是社交媒體facebook中相片辨認及標籤（tag）朋友功能。

人面辨識可以分成幾個過程：一，獲取人面相片（image acquisition）；二，人面檢測（face detection using adaptive boosting）；三，人面辨識（face recognition）。

檢測不同辨識

首先是獲取用戶的相片。智能手機的鏡頭或系統的鏡頭會拍攝用戶的正面頭像，所拍攝的相片會傳送到影像處理系統（image processing engine），然後系統會對相片進行preprocessing。

由於燈光和背影的影響，系統會進行直方圖均衡化（histogram equalization）去改善相片的質素，從而增加系統人面辨識的準確度。

系統會對相片進行人面檢測。人面檢測只會有兩個輸出結果：一，相片中有人面；二，相片中沒有人面。系統過濾上一過程的結果，採納只有人面的相片並傳送到下一個過程：人面辨識。要注意的是人面檢測和人面辨識兩者是不同的概念。

人面檢測的結果是相片中有人面或是沒有人面；而人面辨識是系統能夠找到與數據庫（face database）與哪一個人面相吻合（face matching）。即是說，後者的結果是輸入相片是用戶A還是用戶B，又或者是沒有配對結果。

用戶可定義最接近相片

在人面辨識的過程中，系統會計算由上一過程中相片的特徵向量（eigenvectors）所對應的特徵數值（eigenvalues）。而特徵向量跟特徵數值就是用來估算輸入相片，再利用此估算的結果跟數據庫中的相片進行配對，且找出最吻合的一張相片（best matching）。

■現時手機也出現人面辨識功能。 網上圖片

何謂最接近的相片，用戶可為系統設立閾值（threshold value）。當估算結果與輸入相片之差少於閾值，證明此輸入相片與估算結果相吻合，即是這個估算結果於數據庫中所拍的用戶就是此輸入相反所拍的人面。 （二之一）

■香港新興科技教育協會 姚敏婷

簡介：本會培育科普人才，提高各界對科技創意應用的認識，為香港青年人提供更多機會參與國際性及大中華地區的科技創意活動，詳情可瀏覽www.hknetea.org。
HKNETEA 香港新興科技教育協會

有問有答
隔星期三見報

「水俣病」損腦神經 貓跳海自盡

你聽說過貓會發瘋，甚至跳海自殺的事情嗎？1953年，在日本九州熊本縣一個景色秀麗的瀕海小鎮——水俣鎮，發生了一件怪事。鎮上的許多貓出現了相同的怪毛病：走起路來晃晃悠悠，身體弓曲，並不斷地嚎叫，最後紛紛跳入茫茫大海，好像是為了要撲滅自己身上的烈火一樣。

人也中招 食含汞海產致病

一波未平一波又起。貓跳海事件後不久，水俣鎮上又出現了另一個奇怪的現象：鎮上的醫院接連不斷地來了一批批原因不明的患者，他們和「自殺貓」的症狀極為相似。輕者口齒不清，步履蹣跚，神情痴呆，走起路來東倒西歪，繼而視覺喪失，手足變形；重者精神失常，或酣睡，或興奮，全身麻木，最後直至死亡。

當時，這種病由於原因不明而被叫作「怪病」，由於根本無從下手進行治療，所以引發了人們的各種猜測和恐慌。

後來，科學家經過多年的反覆調查研究，終於揭開了產生這種「怪病」的秘密，其真正的致病原因是由於水俣鎮上的居民，包括那些跳海自殺的貓，長期食用了含有汞（又稱水銀）的海產品。

水俣鎮的大部分居民世代以捕魚為生，各種海產品也是他們的主要食物。為什麼在此之前從未發現海產品中含有汞？這些汞又是來自哪裡呢？

工廠倒污水 食物鏈「傳遞」

答案很快就浮出水面了。1925年，日本氮肥公司在水俣鎮附近建廠生產氮肥，後又開設了合成醋酸廠。由於建廠增加了就業和稅收，受到了當地政府和民眾的歡迎。1949年後，這個公司開始生產氯乙烯，年產量不斷提高，到1956年，氯乙烯產量超過了6,000噸。

可是，工廠一直把沒有經過任何處理的含汞廢水排放到水俣灣，以為龐大的海洋水體能把這些廢水稀釋了。

豈料，工廠廢水排入海水後，其中的汞先被藻類和微生物所吸收，再通過一系列生物鏈的過程，最終在一些魚類等水生動物中越積越多，並逐漸轉化成毒性更大的甲基汞。當水俣鎮的漁民們從水俣灣中捕撈起各種水產品，像以往一樣食用，並將一些小魚小蝦餵食貓時，慘劇便發生了。

首先是體積較小的貓中毒發病，出現了跳海自殺的舉動；隨即是許多人受到殃及。因為甲基汞是一種劇毒物質，進入腦部後會嚴重損害腦神經，產生腦萎縮、小腦平衡系統被破壞等多種危害，甚至可以置人於死地。這就是後來轟動世界的「水俣病」。

「水俣病」是世界上最早出現的由於工業廢水排放污染造成的公害病。據不完全統計，當時有數十萬人食用了水俣灣中被汞污染的海產品。在查明原因後，為尋求受害賠償而展開鬥爭的人數，從1959年的上世紀80人發展到上世紀90年代末期的一萬多人。「水俣病」的罪魁禍首就是當時屬於世界化工業尖端技術的氮生產企業，正是這個所謂的「先驅產業」肆意發展，嚴重忽視了對環境可能帶來的危害，才造成了這樣一場人為的災難。

《十萬個為甚麼（新視野版）能源與環境II》
■香港教育圖書公司
香港教育圖書公司