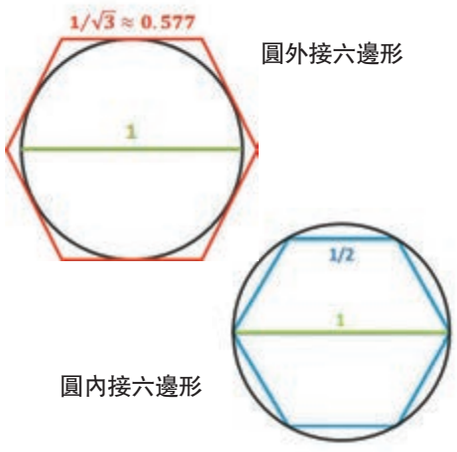
科學講堂
逢星期三見報

每年3月圓周率日「上天下地」皆見芳蹤

「方」裡尋根 「圓」來如此

我們生活的地球並非平面，飛機飛行的航線、物理的鐘擺現象、賽車迂迴的跑道等，所有牽涉到曲線、圓形、橢圓形、球體等形狀的物件，均需要以圓周率幫助計算。基本上，在天文、統計、科學及工程等範疇，我們會常碰到有圓周率的公式。



圓外接六邊形

圓內接六邊形

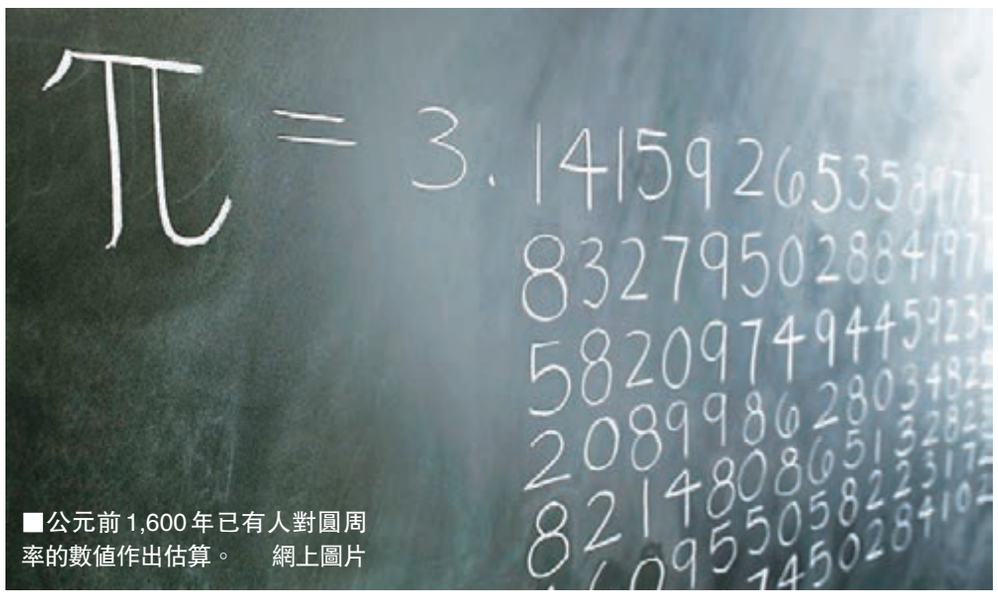
公元前200年現「多邊形估算法」

圓周率是圓周與直徑的比，埃及與巴比倫早於公元前1,600年已經對圓周率的值作出估算，而估值誤差更在百分之一以內。到公元前200年，阿基米德對圓周率值的估算誤差已經少於百分之零點一。

他分別畫出一個圓內接六邊形及一個圓外接六邊形（**見左圖**）。透過計算兩個六邊形的周界，他就可以知道圓周的範圍在兩者之間。他以這方法計算十二邊形、二十四邊形、四十八邊形及九十六邊形的周界，隨着多邊形的邊數增加，周界更接近圓周，從而找出圓周率更準確的值。

他的這個方法，與現代的微積分基礎類似。

阿基米德提供的不只是一個答案，他提供的方法可以讓估算達到任意的精準度，即後人可以繼續計算九十六邊形以上的多邊形而找出圓周率的值。



■公元前1,600年已有人對圓周率的數值作出估算。 網上圖片

印數學家比牛頓早兩世紀發現公式

到了15世紀，印度數學家Madhava of Sangamagrama把圓周率寫成無窮級數：

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots+\frac{(-1)^n}{2n+1}+\cdots$$

若只考慮這算式的首21項，已經可以把圓周率的準確度計算至小數後11個位。許多人以為這公式是西方17世紀發明微積分時期的產物，事實上印度這位數學家比西方的牛頓早了兩個世紀發現這公式呢！

求圓周率準確數值有何用?

數學家不斷發明新的方法計算圓周率的準確數值，到了2011年，圓周率的數值已經被計算到小數後1,013個位。一般科學運算不會需要超過小數後40個位，所以計算圓周率的準確數值主要為滿足人類打破紀錄的慾望。

不過，這些精準的計算方法及數值，亦可以幫助測試超級電腦和測試要求高準繩度的程式運算。

常數受歡迎 相關逸事笑話連篇

圓周率大概是最常見的數學符號，有好些書本電影亦會提及它，更有人以圓周率作曲。世界各地會於每年的3月14日慶祝圓周率日，巧合地，愛因斯坦的生日亦是在3月14日。

報章上有時亦會提及圓周率的數值計算已經打破了世界紀錄，亦有人以背誦圓周率小數後67,000個位而成名。這些對圓周率的報道，讓人加強了對這個常數的偏愛。

「化圓為方」1882年證不可能

關於圓周率還有許多趣聞逸事，以下為當中的表表者。

古希臘時期，有三大幾何難題，每一題也差不多花了兩千年才被數學家解決。其中一道「化圓為方」，意謂只以圓規和沒有刻度的直尺，用有限的步驟，畫出一個與指定圓形面積相同的正方形。此難題已於1882年被數學家解決，證明了化圓為方為數學上不可能。

美業餘數學家稱找到「眞理」

1894年，有位美國業餘數學家聲稱他找到方法完成「化圓為方」，他向州政府提出議案，內容為引入新的「數學真理」，若州政府接納，這「真理」可以讓州內的學生免費使用。這個議案隨後寫着一大堆數學內容，還有業餘數學家的成就：「……他的答案……被《美國數學月刊》接納為對科學的貢獻，而數學家亦早已放棄這道不可解的、神秘的、超越人類能力理解的難題。」事實上，他的「答案」真的被刊在這份月刊，只是月刊加了一句免責聲明「作者要求刊登的」。

這時州政府開始進行辯論，這個議案的內容引起眾人的疑惑，有人認為議案應轉交財政部，更有人認為不如送往排污處理部，讓議案在那處找到一個合適的墓地。最後，議案被轉交至教育部。

「正牌」拒交友：已認識太多瘋子

就在此時，一名真正的數學教授剛好目睹這場辯論，一名議員向他轉述議案，並希望介紹業餘數學家給他認識。數學教授拒絕，並說他已經認識太多瘋子了。

最後議案送到參議院，最後一名參議員認為他們無權為數學真理下定義，故此議案不獲通過。而許多報章亦嘲諷如此鬧劇，此事就落幕了。

小結 那麼業餘數學家到底犯了什麼計算上的錯誤呢？他在計算中，把圓周率當作3.2，即一個可以表達成分數的有理數。而事實上，圓周率為不能寫成分數的無理數，他本人再加上一班不懂數學的議員亦不知圓周率為何，故有此鬧劇。 ■吳俊熙博士

作者簡介：畢業於加州大學洛杉磯分校（UCLA），曾在加州的州立大學教授化學，現任教於香港大學。聯絡：www.facebook.com/drbennyng。

奧數揭秘
逢星期三見報

二進位數定遊戲勝負

看完上兩周的文章後，相信大家對拿取遊戲（Take-away Game 或 Nim）都提起了一定的興趣。這類遊戲相信是源於中國，發展至今在世界各地已有很多版本。

起初大家對這類遊戲的致勝之道都不大清楚，但隨着數學家們的研究，很多版本已可以透過數學方法獲得勝利。

下面的遊戲跟我們上兩周介紹過的「拿石子遊戲」很相似，讓我們一起看看：

將一堆石子排成三行，第一行、第二行及第三行分別有石子2顆、3顆及6顆。兩人輪流拿取石子，每人每次只可以在其中一行拿取石子，拿取石子的數目沒有限制，但每次必須至少拿取1顆。拿到最後一顆石子的爲勝利者。

1902年發現解法

我們最有興趣的當然是想知道先拿者能否獲勝？若能，他要如何拿取？

這道問題早在1902年由數學家Charles L. Bouton徹底解答，他找到了判斷勝負的數學方法，而這條判斷的鑰匙就是「二進位數」。

我們平日使用的數為十進位數，而任何一個十進位數都可以寫成一個二進位數，反之亦然，例如十進位數2、3及6的二進位數寫法分別為10、11及110。

Nim-sum易計算

要解答上述問題，我們須做下列步驟。

第一步：將2、3及6化成二進位數，即是10、11及110。

第二步：將這三個二進位數對齊寫好，如下表所示。

		十進位數（石子數目）	二進位數（石子數目）
第一行	●●	2	1 0
第二行	●●●	3	1 1
第三行	●●●●●●	6	1 1 0
	Nim-sum：		1 1 1

第三步：要計算「Nim-sum」。Nim-sum的計算方法很簡單，在已對齊數位的二進位數直看，如果在同一直行上有單數個1，則在該直行寫上1；如果在同一直行上有雙數個1，則在該直行寫上0，所以上述遊戲的Nim-sum為111。

保持0就贏

保證獲勝的方法很簡單，誰能夠將Nim-sum上所有的1，在拿取石子後全部消失或變成0，即是誰「將Nim-sum保持0」，誰就獲勝；而更重要的是，如果Nim-sum上已有1的出現，這種保證必勝的拿取方法就一定存在。換句話說，除非先拿者不懂方法，否則在這個設置下，這個遊戲一定是先拿者必勝。

讓我們看看二進位數的數位，由右至左計起，第三個直行只有一個1，這個1必須消失，而由此亦帶出了玩家必定要在第三行拿石子；第二個直行有三個1，這是單數個1，只要令這直行變成雙數個1，目的便可達到；第一個直行有一個1，但這個1卻在第二行出現，玩家無法在第三行拿取石子又能夠影響第二行石子的數目。

第一直行有兩個1便可

因此，玩家只好從第三行着手，在第三行最右的數位留一個1，使第一個直行有兩個1便可。綜合分析後，只要將第三行的110變成1，這就可以保證獲勝。

	二進位數（拿取前）		二進位數（拿取後）
第一行	1 0	→	1 0
第二行	1 1		1 1
第三行	1 1 0		1
Nim-sum	1 1 1		0 0

二進位數110代表十進位數的6，而二進位數1代表十進位數的1，即是要將第三行的石子數目由6變成1，先拿者只需在第三行拿取5顆石子便可，他只要繼續按「將Nim-sum保持0」這個策略去拿取石子，必定獲勝。

那麼另一位玩家又如何呢？若他能夠「將Nim-sum保持0」，他豈不是也能獲勝嗎？不幸的是，當輪到這位玩家拿取石子時，若Nim-sum已經是0，那麼無論他怎樣拿取石子，之後的Nim-sum都必定有1出現，換句話說，他無法「將Nim-sum保持0」，基本上，他輸定了。

結語 Nim-sum可以廣泛應用，亦包括上兩周的遊戲，不過上兩周的遊戲設置畢竟與本文所介紹的不同，Nim-sum的特性也稍有不同，尤其是應用在矩形上時，Nim-sum只能作一個參考指標，而不是判斷勝負的唯一標準。

二進位數是高深的電腦數字系統，而一個普通的「拿石子的遊戲」的必勝策略竟然可以用二進位數來描述，這真令人驚訝！數學其中一個令人着迷的地方就是：表面上看似不相關的事情，卻往往隱藏玄妙關係！

■蔡欣榆

簡介：香港首間提供奧數培訓之教育機構，每年舉辦奧數比賽，並積極開辦不同類型的奧數培訓課程。學員有機會獲選拔成為香港代表隊，參加海內外重要大賽。詳情可瀏覽：www.hkmos.org。

香港數學奧林匹克學校 Hong Kong Mathematical Olympiad School

科技暢想
逢星期三見報

「軟硬」齊下建智慧交通

「智慧互聯網」和「智慧交通」是現代社會重要的發展項目，不只是現時香港政府所提出增設感應器（sensor）於不同的道路上，更要應用更多不同的科技產物。

環顧全世界科技，以我所知，有一些交通工具已加入科技元素，讓使用者或駕駛者用得更方便。首先是電單車頭盔，頭盔的後方可增設攝像行車記錄儀，而頭盔內亦有顯示屏，方便駕駛者顧及四周方向，可取代現時電單南前方兩側的倒後鏡。

輪椅變汽車輕鬆自駕遊

很多單車駕駛者都會於踩單車時帶上太陽眼鏡，而加入科技元素的太陽眼鏡不但可以聽音樂，更可以聽到四周環境的聲音及其他可使駕駛者安全駕駛的資訊。

除此之外，新的科技產品亦有顧及殘疾人士的需要。一般輪椅人士出門都會遇到乘車的困難，所以有公司研發出新產品，讓一輛三輪車乘載整部輪椅，將輪椅變成汽車，讓輪椅人士可以自助駕駛，去不同的地方。

有不同種類交通工具，泊車亦是一個問題。特別是香港，車多路窄，很多車都難以泊進一個狹小的泊車空間。面對擠逼環境問題，外國有公司開始研究車輛的輪胎，讓輪胎不只是可以向前行，更可以左右移動，從而使車身可以橫向、左右移動，讓駕駛者泊車更簡單、方便。

大數據結合感應器更方便

「智慧交通」不是單靠使用一些感應器（sensor），讓大眾得知哪個地方交通擠塞或暢順。要知道交通情況，現時只要用Google或百度，運用大數據方法已經可以分析路面情況。所以應該要將大數據與感應器兩者結合應用，使路面情況分析更準確。

若將兩者結合應用，短期可以解決即時的交通問題，而長期可使用大數據中的資料去計劃或設計不同的路面或路向，讓香港的交通問題得以改善。

■香港新興科技教育協會 洪文正

簡介：本會培育科普人才，提高各界對科技創意應用的認識，為香港青年人提供更多機會參與國際性及大中華地區的科技創意活動，詳情可瀏覽www.hknetea.org。

HKNETEA 香港新興科技教育協會

氣象萬千
隔星期三見報

避雷有方保命仔

雷暴是春天和夏天常見的天氣現象，常伴隨着雷暴出現都會有一些閃電。

根據天文台統計，每年5月至9月，平均每月都會有6日或以上時間會有閃電出現，而閃電的放電現象，有機會對我們構成危險。

經常我們在新聞都會看到，一些行山或戶外活動人士被雷擊中。如果人被雷擊中，可以出現很嚴重的受傷，甚至會有性命危險。

雷暴或閃電發生的時候，我們要注意安全，盡量留在室內。在戶外工作的朋友，應該要進入建築物內；盡量不要游水和進行水上活動，要盡快遠離水面，以及找地方匿藏；不要站立在山頂，或是接近導電性能高的物體，樹木都很容易被雷擊中的，也都要盡量遠離。

市民可上閃電戒備網站

天文台有一個指定地點閃電戒備服務網頁，為大家提供閃電位置的資訊。

在6月尾天文台已推出新版網頁，增設了更多的互外活動地點和地理資訊的選項，方便大家監察身處地方附近雷暴的情況。

在雷暴警告生效的時候，室內運動場、球場或者泳池的管理人員應隨時留意天色的變化和參考閃電戒備服務的網頁，便可以作出一些相應安全措施。

如果想了解多一些未來雷雨發展的情況和早作準備，大家也可以參考天文台的香港及珠三角兩小時降雨預報網頁，如果大家想知道多一些雷暴相關的資料，也可以上www.weather.gov.hk/wservice/warning/thunderc.htm。

■雷暴或閃電發生的時候，我們要注意安全，盡量留在室內。

視頻截圖

簡介：本欄以天文台的網上氣象節目《氣象冷知識》向讀者簡介有趣的天氣現象。詳請可瀏覽天文台youtube專頁：https://www.youtube.com/user/hkweather

香港天文台 Hong Kong Observatory